第 10 講　原子と原子核Ⅱ

1

次の文を読んで，[　　　]に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。さらに，問 1 ～問 3 に答えよ。解答はすべて所定の解答欄に記入せよ。

(1)　静止している質量 m_B〔kg〕の原子核 B に，質量 m_A〔kg〕の原子核 A が，速度 v_A〔m/s〕で衝突して，原子核反応を起こし，質量 m_C〔kg〕の原子核 C と，質量 m_D〔kg〕の原子核 D が生じる現象を考えてみよう。図 1 に示したように，v_A の方向を x 軸にとり，それに垂直な方向を y 軸とする。いま，生成された原子核 C が，$-y$ 軸方向に放出される場合を考え，原子核 C の速度を v_C〔m/s〕，原子核 D の速度を v_D〔m/s〕，x 軸から測った原子核 D の運動の方向を θ とする。このとき，反応前後の x 軸方向の運動量保存則は，$m_Av_A=$[　あ　]〔kg･m/s〕，y 軸方向の運動量の保存則は，[　い　]〔kg･m/s〕$=0$ と表すことができる。またエネルギーの保存則は，質量欠損によるエネルギー$Q=(m_A+m_B-m_C-m_D)c^2$〔J〕を用いて，$\dfrac{m_Av_A^2}{2}=$[　う　]〔J〕と書くことができる。

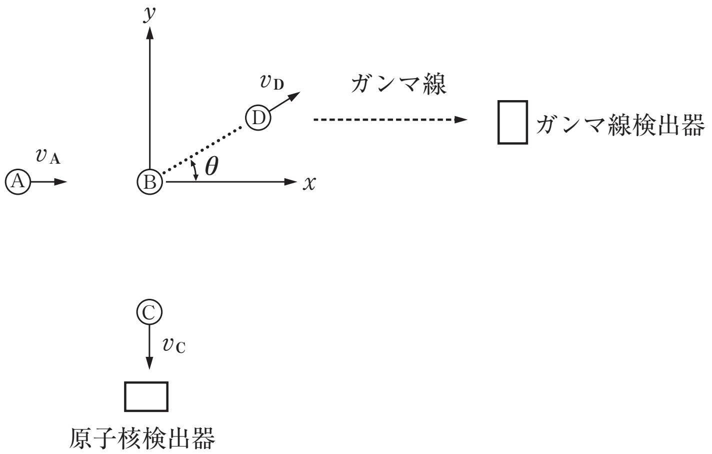


図 1

ここで c〔m/s〕は真空中の光の速さである。これらの式を連立させて解くことにより，各原子核の質量と v_A〔m/s〕および Q〔J〕を用いて，$v_C=$[　え　]〔m/s〕，$v_D=$[　お　]〔m/s〕となる。

上で考えた原子核反応が生じたかどうかは，図 1 に示したように，原子核 C を検出できる原子核検出器を $-y$ 軸上に置くことによって，知ることができる。この原子核検出器で原子核 C が検出されたときには，上記の原子核反応が生じて，原子核 D が θ の方向に速度 v_D〔m/s〕で放出されていることがわかる。

< Note >

(2)　反応で生成される原子核 D が，ガンマ線を放出する短寿命の放射性同位元素である場合を考える。放出されるガンマ線の振動数は，原子核 D が静止しているときには ν_0〔s^{-1}〕とする。原子核 D が放出するガンマ線のうちで，x 軸方向に放出されたものを，図 1 で示したガンマ線検出器で検出する。このとき，検出したガンマ線のうちで，ガンマ線の検出とほぼ同時に，原子核検出器でも原子核 C が検出されたものだけを，選び出すことを考えよう。この同時計測によって，図 1 に示したような θ 方向に v_D〔m/s〕の速度で進む原子核 D が放出するガンマ線のみを正確に計測することができる。このとき，原子核 D がガンマ線検出器に向かう速度(x 軸方向の速度)は，v_D〔m/s〕と θ を使って［ か ］〔m/s〕と表すことができるので，観測したガンマ線の振動数 ν_1〔s^{-1}〕は，ν_0〔s^{-1}〕，θ，v_D〔m/s〕，c〔m/s〕を使って，$\nu_1=$［ き ］〔s^{-1}〕と表すことができる。

(3)　原子核 B を持つ原子からなる結晶を標的として，これに多数の原子核 A を入射させる場合を考える。そして，上と同様に，$-y$ 軸方向に放出された原子核 C と，x 軸方向に放出されたガンマ線の，同時計測を行う。この同時計測によって，結晶内の原子核 B の位置で，θ 方向に v_D〔m/s〕の速度を持って生じた原子核 D が，x 軸方向に放出したガンマ線を測定することができる。このとき，原子核 D の進路上に原子核 B が存在すると，これと弾性衝突することにより，原子核 D のガンマ線検出器に向かう速度が変化する。このように，結晶を標的として測定を行うと，振動数 ν_1〔s^{-1}〕のガンマ線以外に，ν_1〔s^{-1}〕と異なった振動数を持ったガンマ線が観測される。また，そのようなガンマ線の強度は，結晶の向きによって変化する。

なお，原子核 D と原子核 B の衝突では核反応は起こらず，弾性衝突のみが起こる。また，原子核 C は結晶中を自由に進む。

問 1　(3)で述べたような ν_1〔s^{-1}〕と異なった振動数を持つガンマ線が観測されるのはなぜか。

問 2　観測されたガンマ線のうちで，振動数が ν_1〔s^{-1}〕であるガンマ線のしめる割合が最も減少するのは，図 2 に示した 2 つの結晶の配置のうちどちらの場合か。また，その理由も述べよ。

問 3　このとき，振動数が ν_1〔s^{-1}〕のガンマ線の強度は，同時計測により測定した全ガンマ線強度の $\frac{3}{4}$ であった。このことから原子核 D のガンマ崩壊の半減期を求めよ。ただし，原子核 B は結晶の格子位置に正確に存在するものとし，図 2 に示した格子間隔 d〔m〕は 3×10^{-10}m，原子核 D の速度 v_D〔m/s〕は 1.5×10^{7}m/s とする。

< Note >

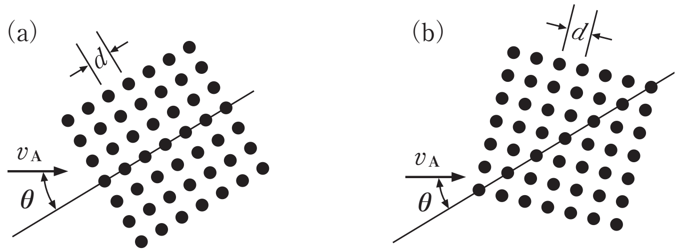


図 2

＜ Note ＞

2

次の文を読んで，[　　　]には適した式を，[[　　　]]には数値を，それぞれ記せ。また，問 1 と問 2 については指示された条件のグラフおよび文章をそれぞれ記せ。

(1)　中性子は，陽子とほぼ同じ質量をもち，電荷をもたない中性の粒子で，1932 年にチャドウィックによって発見された。これによって原子核が陽子と中性子からできていることが明らかになった。核分裂や核反応で生成される高速の中性子は，水で減速されてさまざまな用途に利用される。この場合，中性子は主として水分子中の水素の原子核である陽子と弾性衝突することによりエネルギーを失う。簡単のため，この陽子を自由な粒子とみなすと，例えば，ある運動エネルギーをもった中性子が，静止していた陽子と衝突し衝突前の進行方向に対して 45° の方向に散乱された場合，中性子の運動エネルギーはおよそ[[あ]]倍になる。

次々と散乱されて水の温度にまで冷却された中性子を熱中性子と呼ぶ。熱中性子を理想気体分子のように扱ってよいとすれば，絶対温度 T の中性子の平均運動エネルギーは，ボルツマン定数を k とすると，[い]で与えられる。この運動エネルギーをもつ中性子のド・ブロイ波長は，中性子の質量を M_n，プランク定数を h とすると，[う]である。例えば $T=350$K のとき，このド・ブロイ波長の値は，$k=1.4\times10^{-23}$J/K，$h=6.6\times10^{-34}$J･s，$M_n=1.7\times10^{-27}$kg を用いて，有効数字 2 けたで求めると，[[え]]m となる。

この程度の波長の中性子は，X 線と同様の回折現象を起こす。いま，原子配列面の間隔が d である結晶に，図 1 に示されるような広がった速度分布をもつ中性子を，図 2 のように角度 ϕ で入射させたとき，同じく角度 ϕ で強く反射される中性子の波長は，n を自然数として，[お]となる。

問 1　強く反射される最も遅い中性子の速度の大きさが，図 1 に示された v_0 であるとき，反射後の中性子の速度分布の概形を，横軸を中性子の速さ，縦軸を中性子の数として描け。横軸には，図 1 中の v_0 のように，速さを表すのに必要な量を記入すること。

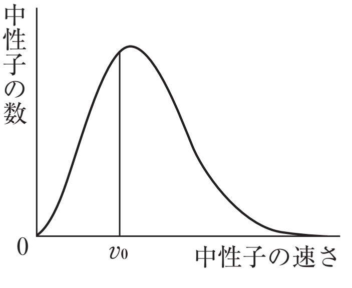


図 1

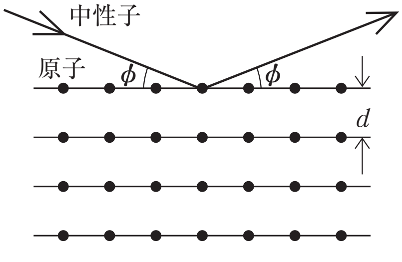


図 2

＜ Note ＞

問 1

(2) 以下は，電荷をもたない基本粒子であるニュートリノ，反ニュートリノに関する問題である。これらの粒子の質量はごく小さいことが知られており，以下の解答に際してはこれを 0 としてよい。この場合，ニュートリノ，反ニュートリノともに，そのエネルギー E と運動量の大きさ P の関係は, 光子の場合と同じで, 光速を c として $E=cP$ で与えられる。

中性子やある種の放射性同位元素は β 線(電子線)を放出して崩壊する。例えば，陽子 1 個と中性子 2 個でできた 3 重水素(トリチウム)の原子核 ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ は

$$ {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He}+\mathrm{e}^{-}+\bar{\nu} \qquad \text{(A)} $$

に従って崩壊する。ここで e^{-} は電子，$\bar{\nu}$ は反ニュートリノと呼ばれる粒子である。静止したトリチウムがこのように崩壊した場合, 崩壊後の全運動エネルギーは, ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ 原子核, ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 原子核，e^{-} の質量をそれぞれ M_{a}，M_{b}，m_{e} とすると, [　か　] となる。ニュートリノや反ニュートリノは物質との相互作用が極めて弱いので検出が難しく，初期には電子しか検出できなかった。もし反ニュートリノが存在しない場合，すなわち，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ が

$$ {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He}+\mathrm{e}^{-} \qquad \text{(B)} $$

に従って崩壊する場合には，電子のもつ運動エネルギーは一定で, [　き　] となる。しかしながら，実際に観測された電子の運動エネルギーは連続的に分布しており，これだけではエネルギー保存則が破れているように見えた。

一方，静止したトリチウムが反応式(A)に従って崩壊する場合には，例えば崩壊後の ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 原子核，e^{-}，$\bar{\nu}$ の運動量の大きさが，それぞれ P_{b}，P_{e}，P_{ν} であり，さらに ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 原子核と $\bar{\nu}$ の運動量の向きが同じで，e^{-} の運動量の向きがそれらと逆向きである場合を考えてみると，P_{b}，P_{e}，P_{ν} は関係式 [　く　] および [　け　] を満たす。この 2 つの関係式から P_{e} を P_{ν} の関数として表すと，電子の運動量 P_{e}，したがって運動エネルギーは，一定ではなく連続な値をとることが分かる。このような事実を根拠にしてパウリは，現在ニュートリノ・反ニュートリノと呼ばれている中性粒子の存在を予言した。

その後，ニュートリノ・反ニュートリノは直接検出され，その存在が実証された。岐阜県神岡にあるニュートリノ・反ニュートリノ検出器であるスーパーカミオカンデでは, ①<u>およそ 50000 トンの水が使用されている</u>。そこでは，例えば太陽からやってくるニュートリノが水分子の電子と弾性衝突して，その結果たたき出された電子が水中を進むときに

＜ Note ＞

生じるチェレンコフ光と呼ばれる微弱な可視光が，高感度の光電子増倍管でとらえられるようになっている。

静止している質量 m_e の電子に，運動量の大きさが P_1 のニュートリノが弾性衝突したとしよう。衝突後の電子の運動量の大きさが P_2 であったとすると，たたき出された電子の散乱方向とニュートリノの入射方向の間の角度 θ は，$\cos\theta=$ [こ] を満たす。ただし，電子を水分子の束縛から引き離すために必要なエネルギーは無視できるものとする。

問２　上の文中の下線部①について，(a)このような膨大な量の物質を使用する物理学的理由と，(b)水を使用する物理学的理由とを，それぞれ 40 字程度で述べよ。

< Note >

第 10 講　確認テスト

次の文を読んで，[　　　]には適した式を，また，[[　　　]]には適した数値を，それぞれ記せ。

原子核反応には，反応の前後で質量が減少する発熱反応と，逆に質量が増加する吸熱反応とがある。吸熱反応は，反応前の粒子の運動エネルギーが，ある値以上にならないと起こらない。

速度 v_1 で運動している質量 m_1 の粒子 1 が，静止している質量 m_2 の粒子 2 に衝突し，反応後，質量 m_3，速度 v_3 の粒子 3 と，質量 m_4，速度 v_4 の粒子 4 ができるとする。ここでは，粒子 3 と粒子 4 の運動の方向は，速度 v_1 の方向と同じであると仮定して，一直線上の運動を考える。一般に，反応の前後では粒子の質量に差が生じる。この質量の差 $m_3+m_4-m_1-m_2$ はアインシュタインの関係を用いれば，エネルギー E で表すことができ，光の速さを c とすると，$E=$[　イ　]である。したがって，反応の前後でのエネルギー保存の法則は，この E を用いて

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2-\left(\frac{1}{2}m_3{v_3}^2+\frac{1}{2}m_4{v_4}^2\right)=\boxed{\quad ロ \quad} \qquad \cdots\cdots①$$

と表すことができる。

吸熱反応ではエネルギー E は正であるが，粒子 1 の運動エネルギーが E 以上であっても，必ずしも反応は起こらない。なぜなら，衝突における運動量保存の法則

$$m_3v_3+m_4v_4=\boxed{\quad ハ \quad} \qquad \cdots\cdots②$$

より，粒子 3，4 の速度がともに 0 になることはあり得ないからである。すなわち，粒子 1 の運動エネルギーの一部は，反応により生成する粒子 3, 4 の運動エネルギーになる。そこで，エネルギーおよび運動量の保存の法則を用いて，吸熱反応が起こるために必要な粒子 1 の運動エネルギー $\frac{1}{2}m_1{v_1}^2$ の最小値 K〔J〕を求めてみよう。

まず反応により生成される粒子 3 と粒子 4 の相対速度 w を

$$v_3-v_4=w \qquad \cdots\cdots③$$

とおく。②，③式を用いて，粒子 3 と粒子 4 の運動エネルギーの和を，粒子 1 の速度 v_1 と，相対速度 w と各粒子の質量 m_1 ～ m_4 とで表すことにしよう。得られる結果を整理すると，${v_1}^2$ に比例する項と w^2 に比例する項だけが残り，次式の形に書ける。

$$\frac{1}{2}m_3{v_3}^2+\frac{1}{2}m_4{v_4}^2=\boxed{\quad ニ \quad}\times{v_1}^2+\boxed{\quad ホ \quad}\times w^2 \qquad \cdots\cdots④$$

この式の右辺の第二項は，粒子 3 と粒子 4 の相対運動に関係するエネルギーの項である。④式を①式に代入すると，粒子 1 の運動エネルギーが最小となるのは，$w=0$ の場合であることが分かる。このとき，$v_3=v_4=$[　ヘ　]となり，求める粒子 1 の運動エネルギーの最小値は，$K=$[　ト　]$\times E$ と決まる。

< Note >

電荷をもたない中性子については，その質量を求めるのに核反応を用いる方法がとられた。陽子を静止した三重水素核 ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ にあてると，核反応

$${}^{1}_{1}\mathrm{H}+{}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n}+{}^{3}_{2}\mathrm{He}$$

が起こる。これは，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ の運動エネルギーが 1.019MeV 以上の場合のみ起こる吸熱反応である。この反応における原子核と中性子，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$，${}^{1}_{0}\mathrm{n}$，${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ をそれぞれ上述の粒子 1，2，3，4 としよう。なお，以下の解答にあたっては，次に示す数値を用いよ。

c（光の速さ）$=3.00\times10^{8}\mathrm{m/s}$，$1\mathrm{MeV}=10^{6}\mathrm{eV}=1.60\times10^{-13}\mathrm{J}$

1u（原子質量単位）$=1.66\times10^{-27}\mathrm{kg}$，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$（陽子）の質量 $=1.00728\mathrm{u}$

この反応の場合，$K=1.019\mathrm{MeV}$ である。ここで，それぞれの粒子の質量は，有効数字 3 けたの範囲では，ほぼその質量数に比例するとみなし，上で得られた K と E の関係を用いて，エネルギー E の値を電子ボルト単位の有効数字 3 けたの数値で求めると，［チ］MeV となる。

一方，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ は放射性があり，ベータ崩壊によって徐々に ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ となる。このとき放射されるベータ線のエネルギーの測定から，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ と ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ の原子核の質量差 m_2-m_4 に対応するエネルギー E' が分かっている。${}^{1}_{0}\mathrm{n}$ と ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ の質量差をエネルギー E と E' を用いて表すと，$m_3-m_1=$［リ］である。実際に測定されているエネルギー E' の大きさは 0.530MeV なので，上記の ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ の質量を用いれば，結局，${}^{1}_{0}\mathrm{n}$ の質量 m_3 は，原子質量単位で小数点以下 5 けたまで求めると［ヌ］u となる。

< Note >

第 10 講　解答

1

あ　$m_D v_D \cos\theta$　　い　$m_D v_D \sin\theta - m_C v_C$　　う　$\frac{1}{2}m_C {v_C}^2 + \frac{1}{2}m_D {v_D}^2 - Q$

え　$\sqrt{\frac{m_A(m_D - m_A){v_A}^2 + 2m_D Q}{m_C(m_C + m_D)}}$

お　$\sqrt{\frac{m_A(m_A + m_C){v_A}^2 + 2m_C Q}{m_D(m_C + m_D)}}$

か　$v_D \cos\theta$　　き　$\frac{c}{c - v_D \cos\theta}\nu_0$

問 1　原子核 D が原子核 B に衝突し，速度の x 成分が変化するから。

問 2　(a)　原子核 D が発生してから，原子核 B に衝突するまでの時間が長い方が，ν_1 の γ 線が出る確率が高いので，距離が長い(a)。

問 3　1.0×10^{-17}〔s〕

2

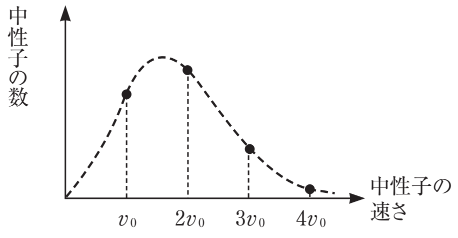
あ　$\frac{1}{2}$　　い　$\frac{3}{2}kT$　　う　$\frac{h}{\sqrt{3M_n kT}}$　　え　1.3×10^{-10}〔m〕　　お　$\frac{2d\sin\phi}{n}$

か　$(M_a - M_b - m_e)c^2$　　き　$\frac{M_b}{M_b + m_e}(M_a - M_b - m_e)c^2$　　く　$P_b + P_\nu - P_e = 0$

け　$(M_a - M_b - m_e)c^2 = \frac{{P_b}^2}{2M_b} + \frac{{P_e}^2}{2m_e} + cP_\nu$

こ　$\frac{P_2}{2P_1}\left(1 + \frac{P_1}{m_e c} - \frac{{P_2}^2}{4{m_e}^2 c^2}\right)$

問 1



問 2　(a)　ニュートリノは反応性が乏しいため，水の量を極度に増やして反応が起こる確率を上げる。

(b)　水は透過性が高く，気体に比べ光速度が低く，電子密度も高い。また，安価であるため。

第 10 講　確認テスト

【解答】

イ　$(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2$　　ロ　E　　ハ　m_1v_1　　ニ　$\dfrac{{m_1}^2}{2(m_3+m_4)}$

ホ　$\dfrac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}$　　ヘ　$\dfrac{m_1}{m_3+m_4}v_1$　　ト　$\dfrac{m_3+m_4}{m_3+m_4-m_1}E$

チ　0.764〔MeV〕　　リ　$\dfrac{E+E'}{c^2}$　　ヌ　1.00867〔u〕

【解説】

イ　$E=(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2$

ロ　$\left(m_1c^2+\dfrac{1}{2}m_1{v_1}^2\right)+m_2c^2=(m_3c^2+\dfrac{1}{2}m_3{v_3}^2)+(m_4c^2+\dfrac{1}{2}m_4{v_4}^2)$

$\therefore\ \dfrac{1}{2}m_1{v_1}^2-\left(\dfrac{1}{2}m_3{v_3}^2+\dfrac{1}{2}m_4{v_4}^2\right)=(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2=E$　…①

ハ　$m_3v_3+m_4v_4=m_1v_1$　…②

ニ, **ホ**

$v_3-v_4=w$　…③

②＋③×m_4より, $v_3=\dfrac{m_1v_1+m_4w}{m_3+m_4}$　　②－③×m_3より, $v_4=\dfrac{m_1v_1-m_3w}{m_3+m_4}$

これらを用いて,

$$\frac{1}{2}m_3{v_3}^2+\frac{1}{2}m_4{v_4}^2$$

$$=\frac{1}{2(m_3+m_4)^2}\{m_3(m_1v_1+m_4w)^2+m_4(m_1v_1-m_3w)^2\}$$

$$=\frac{1}{2(m_3+m_4)^2}\{m_3(m_1v_1)^2+m_3(m_4w)^2+\cancel{2m_1m_3m_4v_1w}$$
$$+m_4(m_1v_1)^2+m_4(m_3w)^2-\cancel{2m_1m_3m_4v_1w}\}$$

$$=\frac{1}{2(m_3+m_4)^2}\{(m_3+m_4){m_1}^2{v_1}^2+m_3m_4(m_3+m_4)w^2\}$$

$$=\frac{{m_1}^2}{2(m_3+m_4)}\times{v_1}^2+\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}\times w^2 \quad \cdots④$$

ヘ, **ト**

④を①へ代入して,

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2-\frac{{m_1}^2}{2(m_3+m_4)}\cdot{v_1}^2-\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}\cdot w^2=E$$

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2-\frac{m_1}{m_3+m_4}\times\frac{1}{2}m_1{v_1}^2-\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}w^2=E$$

よって,

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2=\frac{m_3+m_4}{m_3+m_4-m_1}\left\{E+\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}w^2\right\}\quad\cdots⑤$$

となる。よって, $w=0$　つまり,

$$v_3=v_4=\frac{m_1}{m_3+m_4}v_1$$

のとき, $\frac{1}{2}m_1{v_1}^2$ は最小となり,

$$K=\frac{m_3+m_4}{m_3+m_4-m_1}E\quad\cdots⑥$$

チ　⑥を逆に解いて,

$$E=\frac{m_3+m_4-m_1}{m_3+m_4}K=\frac{1+3-1}{1+3}\times1.019=0.764〔\mathrm{MeV}〕$$

リ　$E=(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2$, $E'=(m_2-m_4)c^2$

より,

$$E+E'=(m_3-m_1)c^2\qquad\therefore\quad m_3-m_1=\frac{E+E'}{c^2}\quad\cdots⑦$$

ヌ　⑦より,

$$m_3=m_1+\frac{E+E'}{c^2}$$

$$=1.00728〔\mathrm{u}〕+\underbrace{(0.764+0.530)}_{〔\mathrm{MeV}〕}\underbrace{\times1.60\times10^{-13}}_{〔\mathrm{J}〕}\underbrace{\div(3.00\times10^{8})^2}_{〔\mathrm{kg}〕}\underbrace{\div1.66\times10^{-27}}_{〔\mathrm{u}〕}$$

$$\fallingdotseq1.00867〔\mathrm{u}〕$$